

Отвечать на задачи необходимо полным, развернутым ответом (решением). Пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы. Не забудьте указать номер задачи, на которую Вы отвечаете, например, 4. Условия задачи переписывать не нужно.

$$\begin{cases} \log_3(0,5x) - \log_{\sqrt{3}} y = 0 & (1) \\ \log_2(0,25x^2 - 2y^2) - 3\frac{1}{2} = 0 & (2) \end{cases}$$
$$\begin{aligned} (1) \quad & \log_3(0,5x) - \log_{(\frac{1}{2})^{\frac{1}{2}}} y = 0 \\ & \log_3(0,5x) - 2\log_3 y = 0 \\ & \log_3(0,5x) - \log_3 y^2 = 0 \\ & \log_3(0,5x) = \log_3 y^2 \\ & y^2 = 0,5x \end{aligned}$$
$$\begin{cases} y^2 = 0,5x \\ 0,25x^2 - 2y^2 = 8 \end{cases}$$
$$(2) \quad 0,25x^2 - x - 4 = 0 \quad | \cdot 4$$
$$\begin{aligned} & x^2 - 4x - 16 = 0 \\ & D = 4 + 16 = 20 \\ & \begin{cases} x = 2 + 2\sqrt{5} \\ x = 2 - 2\sqrt{5} \end{cases} \end{aligned}$$
$$\begin{cases} x = 8 \\ y^2 = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2 \\ y = -2 \\ y > 0 \end{cases} \Rightarrow y = 2$$

проверка: $0,25 \cdot 8^2 - 2 \cdot 2^2 = 0,25 \cdot 64 - 2 \cdot 4 = 16 - 8 = 8 > 0 \Rightarrow$ подходит.

Ответ: (8; 2).

N 4. необходимо:

$$\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ 0,25x^2 - 2y^2 > 0 \end{cases}$$
$$\begin{aligned} (2) \quad & \log_2(0,25x^2 - 2y^2) - 3\frac{1}{2} = 0 \\ & 0,25x^2 - 2y^2 = 2^3 \\ & 0,25x^2 - 2y^2 = 8 \end{aligned}$$
$$\begin{cases} y^2 = 0,5x & (1) \\ 0,25x^2 - 2 \cdot (0,5x) - 8 = 0 \end{cases}$$
$$0,25x^2 - x - 8 = 0 \quad | \cdot 4$$
$$x^2 - 4x - 32 = 0$$
$$D = 4 + 32 = 36$$
$$\begin{cases} x = 2 - 6 \\ x = 2 + 6 \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow x = 8$$

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ"

Олимпиада школьников «Учить строить будущее» по дисциплине Математика

ЧИСТОВИК

Вариант № 3

(без № варианта работа не проверяется и аннулируется)

При обнаружении в чистовике записей, не относящихся к решаемому варианту, работа не проверяется и аннулируется

БЛАНК ОТВЕТОВ № 1

(в столбце «Ответ» необходимо написать итоговый ответ на задачу)

Задача №	Ответ	Служебное поле
1		
2	$\frac{4000 \sin \alpha \cdot \cos^2 \alpha}{3(\sqrt{1 + \cos^2 \alpha})^3}$	
3	решений нет	
4	(8; 2)	
5	А: Архангельск, аптекарь Брон: Белгород, бухгалтер Борис: Бобруйск, агроном.	
6		
7	$6\frac{6}{13}; 5\frac{7}{13}$	
8	$(-3; -2) \cup [-1; 0) \cup (0; 1\frac{1}{3}]$	
9	$a \in (2; 4) \begin{cases} x = \frac{a-13}{3} \text{ при } a \in (2; 3) \\ x = \frac{a-16}{3} \text{ при } a \in (3; 4) \end{cases}$	
10		
Итого:		

Изменение неправильного ответа

(для отмены неправильного ответа укажите номер задачи и впишите правильный ответ)

Задача №	Ответ	Служебное поле

Отвечать на задачи необходимо полным, развернутым ответом (решением). Пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы. Не забудьте указать номер задачи, на которую Вы отвечаете, например, 4. Условия задачи переписывать не нужно.

N8.

$$\log_{3+x}(3x^2) \leq \log_{3+x}(x+4)$$

I случай: $3+x < 1$ т.к. ф. $\log_a z$, где $a < 1$ убывает на $\mathbb{R}(f)$

$$\begin{cases} 3x^2 \geq x+4 \\ 3+x < 1 \\ 3+x \neq 1 \\ 3+x > 0 \\ 3x^2 \neq 0 \\ x+4 > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x^2 - x - 4 \geq 0 & (1) \\ x < -2 & (2) \\ x \neq -2 & (3) \\ x > -3 & (4) \\ x \neq 0 & (5) \\ x > -4 & (6) \end{cases}$$

$$(1) 3x^2 - x - 4 \geq 0$$

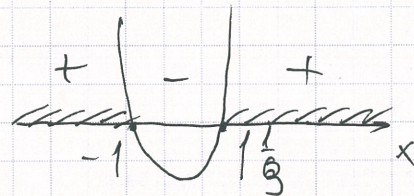
$f(x) = 3x^2 - x - 4$, вид: $y = x^2$, график - парабола, ветви вверх.

$$\text{нули: } 3x^2 - x - 4 = 0$$

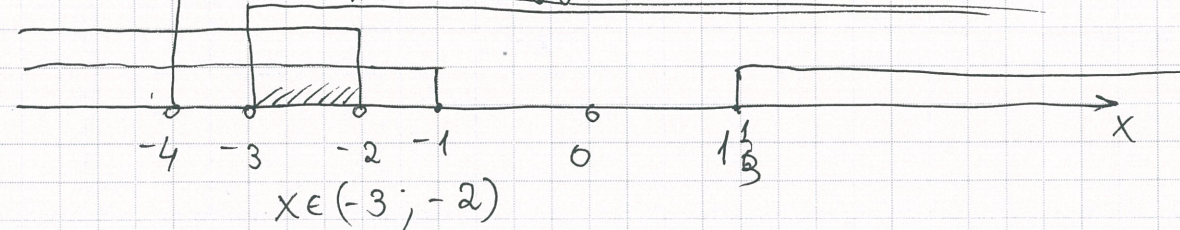
$$D = 1 + 48 = 49$$

$$\begin{cases} x = \frac{1-7}{6} \\ x = \frac{1+7}{6} \end{cases} \quad \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \in (-\infty; -1] \cup [\frac{4}{3}; +\infty) \\ x < -2 \\ x \neq -2 \\ x > -3 \\ x \neq 0 \\ x > -4 \end{cases}$$



вынесем на общую ось



Отвечать на задачи необходимо полным, развернутым ответом (решением). Пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы. Не забудьте указать номер задачи, на которую Вы отвечаете, например, 4. Условия задачи переписывать не нужно.

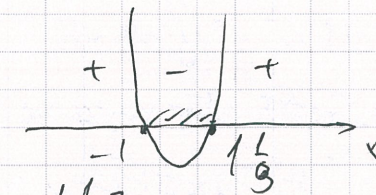
II случай: $3+x > 1$ т.к. ф-ция $\log_n p$ где $n > 1$ возрастает на $\mathbb{R}(f)$

$$\begin{cases} 3x^2 \leq x+4 \\ 3+x > 1 \\ 3+x > 0 \\ x \neq 0 \\ x+4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - x - 4 \leq 0 & (1) \\ x > -2 & (2) \\ x \neq 0 & (3) \end{cases}$$

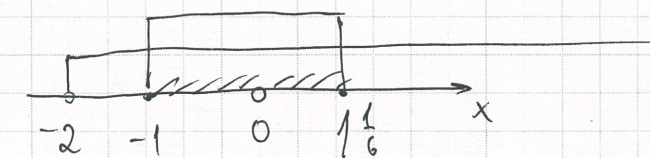
(1) $3x^2 - x - 4 \leq 0$
 $f(x) = 3x^2 - x - 4$, вид $y = x^2$, график - парабола, ветви вверх
 нули: $3x^2 - x - 4 = 0$

$$D = 1 + 48 = 49$$

$$\begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{4}{3} \end{cases}$$



$$\begin{cases} x \in [-1; \frac{4}{3}] \\ x > -2 \\ x \neq 0 \end{cases}$$



$$x \in [-1; 0) \cup (0; \frac{4}{3}]$$

$$\begin{cases} x \in (-3; -2) \\ x \in [-1; 0) \cup (0; \frac{4}{3}] \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } (-3; -2) \cup [-1; 0) \cup (0; \frac{4}{3}]$$

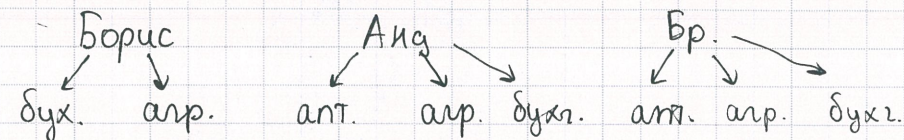
БЛАНК ОТВЕТОВ №2

страница 7

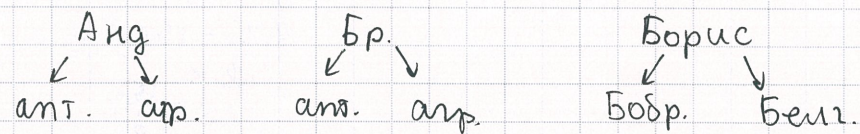
Отвечать на задачи необходимо полным, развернутым ответом (решением). Пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы. Не забудьте указать номер задачи, на которую Вы отвечаете, например, 4.
Условия задачи переписывать не нужно.

№5.

жека аптекарь - м. сестра Бориса $\Rightarrow$ Борис не аптекарь

~~Борис~~

пусть Борис бух.



тогда, т.к. у Бронислава шрод на "А"
у Ангрии на "Б", ошибка (условие 2 не
соблюдено)

значит Борис агроном и
~~живет в Архангельске или~~

~~В таком случае у Ангрии условие
2 соблюдено не будет, значит он
бухгалтер.~~

Пусть Борис в Архангельске. Тогда у Ангрии
условие 2 не будет соблюдено так же $\Rightarrow$
противоречие $\Rightarrow$ Андрей в Архангельске и он аптекарь.
Бронислав - бухгалтер и живет в Белгороде
а Борис агроном и живет в Бобруйске.

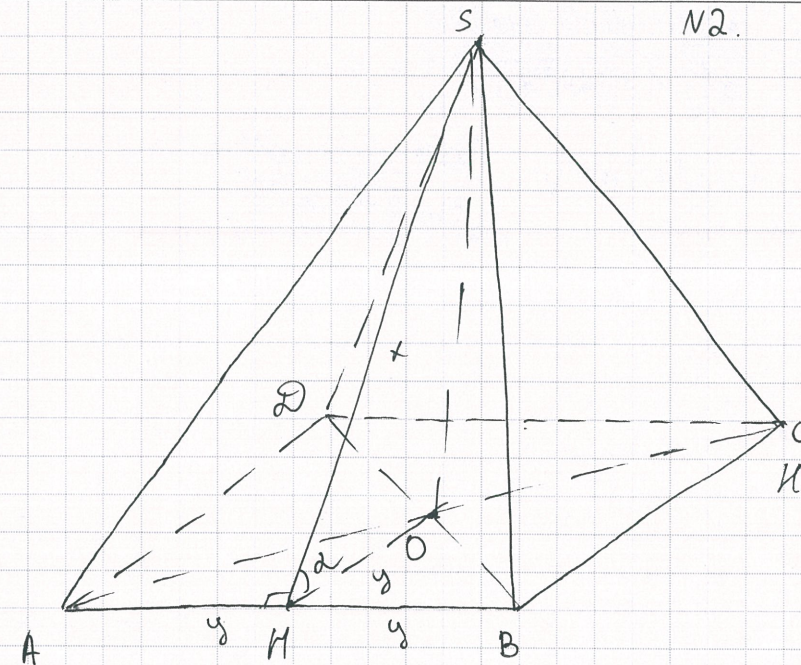
Ответ: Андрей: Архангельск, аптекарь
Бронислав: Белгород, бухгалтер
Борис: Бобруйск, агроном.

БЛАНК ОТВЕТОВ №2

страница 4

Отвечать на задачи необходимо полным, развернутым ответом (решением). Пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы. Не забудьте указать номер задачи, на которую Вы отвечаете, например, 4.
Условия задачи переписывать не нужно.

№2.



Дано: SABCD - прав.
4-х уг. пирамида

$$SA = SB = SC = SD = 10$$

м-ть бок. грани

каж. к п-ти осн.

пог углом α .

Найти: $V = ?$

Решение: 1) SH - высота и медиана $\triangle ASB$ (с-во Р/б-ка)
т.к. $ABCD$ - квадрат; $OH \perp AB$ проходящая через сер. диаг. AC и BD $\Rightarrow$
 $\Rightarrow H$ - середина AB ; $SH \perp AB$; $OH \perp AB \Rightarrow \angle SHO$ - исконый.

$$\sin \alpha = \frac{SO}{SH} \quad \cos \alpha = \frac{HO}{SH}$$

пусть $SH = x$
 $SO = y$ $AH = HB$ (с-во квадрата)

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 100 \\ \frac{y}{x} = \cos \alpha \end{cases} \quad \begin{cases} y = \cos \alpha \cdot x \\ x^2 + y^2 = 100 \end{cases}$$

$$x^2 + x^2 \cos^2 \alpha = 100$$

$$x^2 (1 + \cos^2 \alpha) = 100$$

$$x^2 = \frac{100}{1 + \cos^2 \alpha}$$

$$x = \frac{10}{\sqrt{1 + \cos^2 \alpha}}$$

$$y = \frac{10 \cos \alpha}{\sqrt{1 + \cos^2 \alpha}}$$

$$S_{ABCD} = (2y)^2 = 4y^2 = 4 \cdot \frac{100 \cos^2 \alpha}{1 + \cos^2 \alpha} = \frac{400 \cos^2 \alpha}{1 + \cos^2 \alpha}$$

по м.

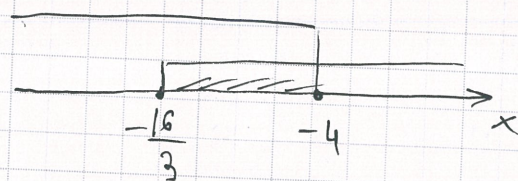
Пифагора

$$SO = \sqrt{\frac{100}{1 + \cos^2 \alpha} - \frac{100 \cos^2 \alpha}{1 + \cos^2 \alpha}} = \sqrt{\frac{100(1 - \cos^2 \alpha)}{1 + \cos^2 \alpha}}$$

$$= \frac{10 \sin \alpha}{\sqrt{1 + \cos^2 \alpha}} \quad V = \frac{1}{3} \cdot \frac{10 \sin \alpha}{\sqrt{1 + \cos^2 \alpha}} \cdot \frac{400 \cos^2 \alpha}{(\sqrt{1 + \cos^2 \alpha})^2}$$

Отвечать на задачи необходимо полным, развернутым ответом (решением). Пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы. Не забудьте указать номер задачи, на которую Вы отвечаете, например, 4. Условия задачи переписывать не нужно.

$$\begin{cases} x \geq -\frac{16}{3} \\ x \leq -4 \end{cases}$$



$$x \in [-\frac{16}{3}; -4]$$

2 и более корни при $a \in (2; 4)$

1) $a \in (2; 3)$

$$2|x+5| + a - 3 = x + 6$$

$$2|x+5| = x + a + 3$$

$$|x+5| = \frac{x+a+3}{2}$$

$$\begin{cases} x+5 = \frac{x+a+3}{2} \\ x+5 = -\frac{x+a+3}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x+10 = x+a+3 \\ 2x+10 = -x-a-3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = a-7 \\ 3x = -a-13 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = a-7 \\ x = \frac{-a-13}{3} \end{cases}$$

2) $a \in (3; 4)$

$$2|x+5| + a - 3 = x + 6$$

$$2|x+5| = x - a + 9$$

$$|x+5| = \frac{x-a+9}{2}$$

$$\begin{cases} 2x+10 = x-a+9 \\ 2x+10 = -x-a+9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -a-1 \\ 3x = a-19 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -a-1 \\ x = \frac{a-19}{3} \end{cases}$$

3) $a = 3$

$$2|x+5| = x + 6$$

$$|x+5| = \frac{x+6}{2}$$

$$\begin{cases} x = -4 \\ x = -\frac{16}{3} \end{cases}$$

$$x = -\frac{16}{3}$$

$$\begin{cases} 2x+10 = x+6 \\ 2x+10 = -x-6 \end{cases} \begin{cases} x = -4 \\ 3x = -16 \end{cases}$$

Отвечать на задачи необходимо полным, развернутым ответом (решением). Пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы. Не забудьте указать номер задачи, на которую Вы отвечаете, например, 4. Условия задачи переписывать не нужно.

Ответ: при $a \in (2; 4)$

a	решение:
(2; 3)	$\begin{cases} x = a-7 \\ x = \frac{-a-13}{3} \end{cases}$
3	$\begin{cases} x = -4 \\ x = -\frac{16}{3} \end{cases}$
(3; 4)	$\begin{cases} x = \frac{-a-1}{3} \\ x = \frac{a-19}{3} \end{cases}$

N10.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \left(\frac{x_3}{2}\right)^2 & (1) \\ x_2 + x_3 = \left(\frac{x_4}{2}\right)^2 & (2) \\ x_3 + x_4 = \left(\frac{x_5}{2}\right)^2 & (3) \\ x_4 + x_5 = \left(\frac{x_1}{2}\right)^2 & (4) \\ x_5 + x_1 = \left(\frac{x_2}{2}\right)^2 & (5) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 - x_3 = \left(\frac{x_3}{2}\right)^2 - \left(\frac{x_4}{2}\right)^2 & (1)-(2) \\ x_3 - x_5 = \left(\frac{x_5}{2}\right)^2 - \left(\frac{x_1}{2}\right)^2 & (3)-(4) \\ x_5 + x_1 = \left(\frac{x_2}{2}\right)^2 & (5) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 - x_5 = \left(\frac{x_3}{2}\right)^2 - \left(\frac{x_4}{2}\right)^2 + \left(\frac{x_5}{2}\right)^2 - \left(\frac{x_1}{2}\right)^2 \cdot ((1)-(2)+(3)-(4)) & (6) \\ x_5 + x_1 = \left(\frac{x_2}{2}\right)^2 & (5) \end{cases}$$

$$2x_1 = \left(\frac{x_3}{2}\right)^2 - \left(\frac{x_4}{2}\right)^2 + \left(\frac{x_5}{2}\right)^2 - \frac{x_1^2}{4} + \left(\frac{x_2}{2}\right)^2 \quad (6)+(5)$$

$$x_5 + x_2 + \left(\frac{x_3}{2}\right)^2 - \left(\frac{x_4}{2}\right)^2 + \left(\frac{x_5}{2}\right)^2 - \left(\frac{x_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{x_2}{2}\right)^2 =$$

$$= \left(\frac{x_3}{2}\right)^2 + \left(\frac{x_2}{2}\right)^2 \quad (1)+(5)$$

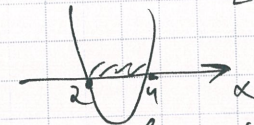
$$x_5 + x_2 + \left(\frac{x_5}{2}\right)^2 - \left(\frac{x_4}{2}\right)^2 - \left(\frac{x_1}{2}\right)^2 = 0$$

$$x_5 + x_2 = \left(\frac{x_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{x_4}{2}\right)^2 - \left(\frac{x_5}{2}\right)^2$$

$$x_3 + x_4 + \left(\frac{x_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{x_4}{2}\right)^2 - \left(\frac{x_5}{2}\right)^2 = \left(\frac{x_4}{2}\right)^2 + \left(\frac{x_1}{2}\right)^2 \quad (4)-(2)$$

Отвечать на задачи необходимо полным, развернутым ответом (решением). Пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы. Не забудьте указать номер задачи, на которую Вы отвечаете, например, 4.
Условия задачи переписывать не нужно.

№3.
 $6x - 8 - x^2 \geq 0$
 или: $x^2 - 6x + 8 \leq 0$
 $\frac{D}{4} = 9 - 8 = 1$
 $\begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq 4 \end{cases}$

$f(x) = x^2 - 6x + 8$, вид $y = x^2$, пр-парабола, ветви вверх.

 $x \geq 2$ $\log_{16}(7x-3) \geq 0$ $\arccos \frac{1}{x-3} > 0$
 $x \geq 4$ $\log_{16}(7x-3) > 0$ $\arccos \frac{1}{x-3} > 0$

сумма 3 слагаемых, не отриц. равна 0, когда каждое из них ≥ 0

$$\begin{cases} \arccos \frac{1}{x-3} \geq 0 \\ \sqrt{6x-8-x^2} \geq 0 \\ \log_{16}(7x-3) \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 2 \\ x \geq 4 \\ \frac{1}{x-3} \geq 1 \\ 7x-3 \geq 1 \end{cases} \Rightarrow \emptyset$$

Ответ: решение нет.

Отвечать на задачи необходимо полным, развернутым ответом (решением). Пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы. Не забудьте указать номер задачи, на которую Вы отвечаете, например, 4.
Условия задачи переписывать не нужно.

№9.

$$2|x+5| + |a-3| = x+6$$

$$|a-3| = x+6 - 2|x+5|$$

$$\begin{cases} a-3 = x+6 - 2|x+5| \\ a-3 = -x-6 + 2|x+5| \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = x+9 - 2|x+5| \\ a = -x-3 + 2|x+5| \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = x+9 - 2|x+5| \\ a = -x-3 + 2|x+5| \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = x+9 - 2|x+5| \\ a = -x-3 + 2|x+5| \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = x+9 - 2|x+5| \\ a = -x-3 + 2|x+5| \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = x+9 - 2|x+5| \\ a = -x-3 + 2|x+5| \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = x+9 - 2|x+5| \\ a = -x-3 + 2|x+5| \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = x+9 - 2|x+5| \\ a = -x-3 + 2|x+5| \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = x+9 - 2|x+5| \\ a = -x-3 + 2|x+5| \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = x+9 - 2|x+5| \\ a = -x-3 + 2|x+5| \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = x+9 - 2|x+5| \\ a = -x-3 + 2|x+5| \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = x+9 - 2|x+5| \\ a = -x-3 + 2|x+5| \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = x+9 - 2|x+5| \\ a = -x-3 + 2|x+5| \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = x+9 - 2|x+5| \\ a = -x-3 + 2|x+5| \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = x+9 - 2|x+5| \\ a = -x-3 + 2|x+5| \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = x+9 - 2|x+5| \\ a = -x-3 + 2|x+5| \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = x+9 - 2|x+5| \\ a = -x-3 + 2|x+5| \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = x+9 - 2|x+5| \\ a = -x-3 + 2|x+5| \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = x+9 - 2|x+5| \\ a = -x-3 + 2|x+5| \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = x+9 - 2|x+5| \\ a = -x-3 + 2|x+5| \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = x+9 - 2|x+5| \\ a = -x-3 + 2|x+5| \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = x+9 - 2|x+5| \\ a = -x-3 + 2|x+5| \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = x+9 - 2|x+5| \\ a = -x-3 + 2|x+5| \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = x+9 - 2|x+5| \\ a = -x-3 + 2|x+5| \end{cases}$$

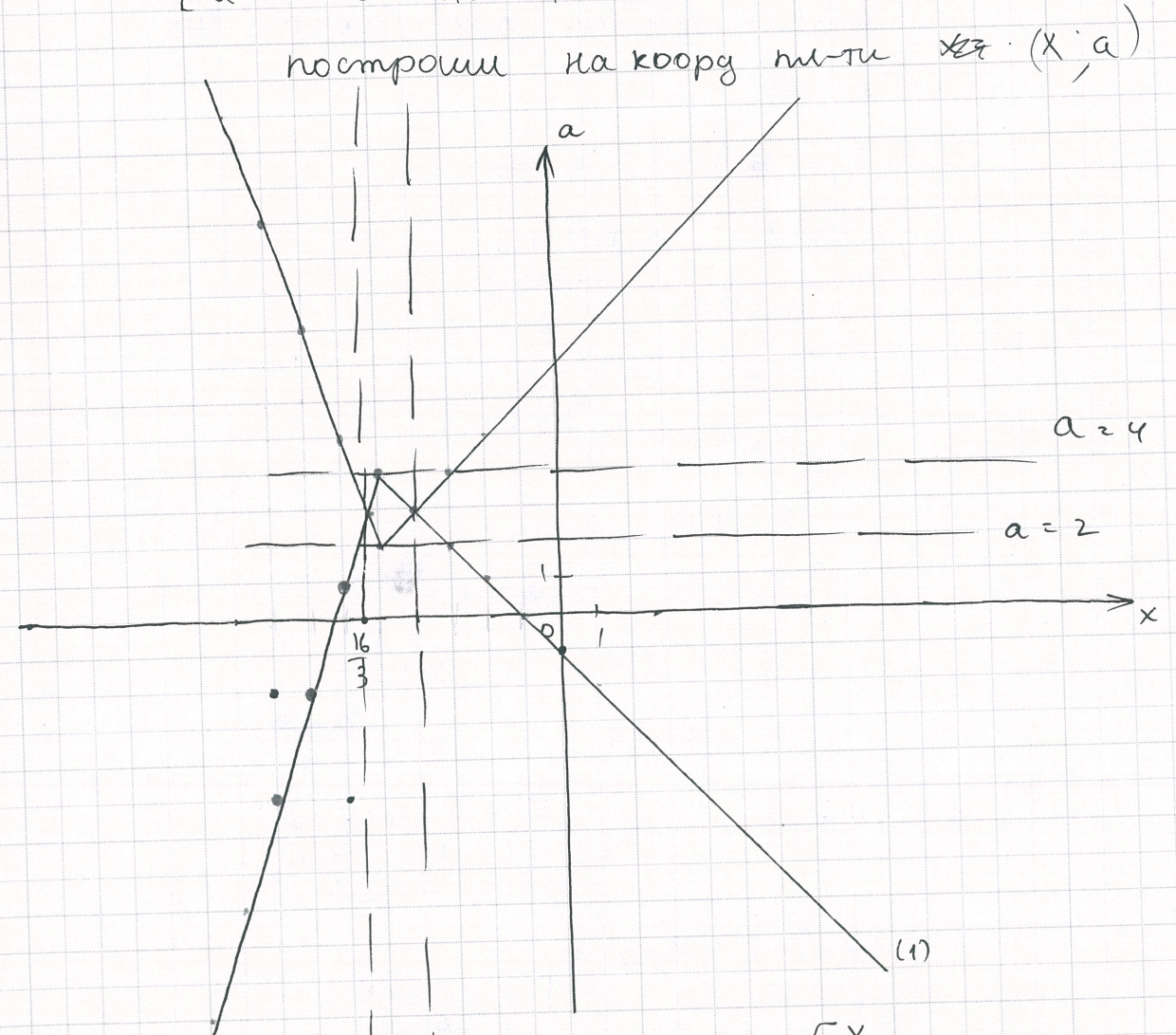
$$\begin{cases} a = x+9 - 2|x+5| \\ a = -x-3 + 2|x+5| \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = x+9 - 2|x+5| \\ a = -x-3 + 2|x+5| \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = x+9 - 2|x+5| \\ a = -x-3 + 2|x+5| \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = x+9 - 2|x+5| \\ a = -x-3 + 2|x+5| \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = x+9 - 2|x+5| \\ a = -x-3 + 2|x+5| \end{cases}$$



$$\begin{cases} x+6 - 2|x+5| \geq 0 \\ x+6 \geq 2|x+5| \\ |x+5| \leq \frac{x+6}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\frac{x}{2} - 3 \leq x+5 \\ \frac{x}{2} + 3 \geq x+5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\frac{3x}{2} - 8 \leq 0 \\ -\frac{x}{2} - 2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3x-16 \leq 0 \\ -x-4 \geq 0 \end{cases} \begin{cases} 3x+16 \geq 0 \\ x+4 \leq 0 \end{cases}$$